

Übungen Grundlagen

Zusammenfassen und Vereinfachen und Binomische Formeln:

Aufgabe 1:

Lösen Sie folgende Klammern auf

$$(a+b-c)(a-b-c); \quad (1-a)(a-1) - 2(a+1)(a-2); \quad (a+b)(c-d) - (a-b)(c+d) \\ 7a - [3a - (7+5b)] + [a - (4-6b)] - (2a+7b); \quad (3a+2b)(2a-3b)(5a-7b)$$

Aufgabe 2:

Wenden Sie die binomischen Formeln an und vereinfachen Sie nach Möglichkeiten:

$$(a^2+b^2)^2 - (a^2-b^2)^2; \quad 9a^4b^2 + 12a^2b + 4; \quad (a+b+1)(a+b-1); \quad a^2 + 2ab + b^2 - 4(a+b) + 4$$

Aufgabe 3:

Zerlegen Sie die angegebenen Ausdrücke in Faktoren und vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$a^2b^2 + ab + ab + 1; \quad 4a^2 + 20ab + 25b^2 - a^2; \quad 8(7a-5b) - 5c(7a-5b); \quad (-5a-3b)^2 + (-5a+3b)^2$$

Brüche Zusammenfassen und Vereinfachen:

Aufgabe 4:

Vereinfachen Sie

$$\frac{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{1-x}}{\frac{1}{1+x} + \frac{1}{x-1}}; \quad \frac{5m^2n + 7n}{3m - 2n} \cdot \frac{4n^2 - 9m^2}{15mn^2 + 10n^3}; \quad 1 - \frac{x}{1 - \frac{x}{x+1}}$$

Aufgabe 5:

Lösen Sie die Gleichung

$$\frac{2}{x-1} - \frac{6}{x} = \frac{-5}{2x-2}$$

Aufgabe 6:

Fassen Sie folgende Brüche zusammen und schließen Sie diejenigen Werte aus, die a nicht annehmen darf:

$$\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2}; \quad \frac{a}{a-1} + \frac{a}{a+1} - 2; \quad \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1} + \frac{1}{(a+1)^2} - \frac{1}{(a-1)^2}$$

Aufgabe 7:

Bilden Sie die Kehrwerte folgender Ausdrücke:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b}; \quad \frac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{ab} + \frac{1}{b^2}}; \quad \frac{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}}{\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}}; \quad a + \frac{1}{1-ab}$$

Aufgabe 8:

Vereinfachen Sie (eventuell nach vorherigem Umformen) folgende Brüche durch Kürzen, falls dies möglich ist:

$$\frac{(a^2 - b^2)^2 - (a^2 + b^2)^2}{ab(a+b)}; \quad \frac{ab + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}}{a + \frac{1}{2}}; \quad \frac{ax + \frac{x}{b} - \frac{a}{y} - \frac{1}{by}}{\frac{1}{b} + a}; \quad \frac{(80 - 40ab + 5a^2b^2)(4 - ab)}{64 \left(\frac{ab}{4} - 1\right)^3}$$

Potenzen und Wurzeln:

Aufgabe 9:

Schreiben Sie mit einem Exponenten ($a > 0, b > 0$):

$$a^4 b^4; \quad a^{29}/b^{29}; \quad a\sqrt{a}; \quad b^2 \cdot \sqrt[3]{b}; \quad \sqrt{a^3}; \quad \sqrt[3]{a^5}; \quad (\sqrt[3]{a})^5; \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[5]{a}$$

Aufgabe 10:

Schreiben Sie mit einem Wurzelzeichen ($x > 0, a > 0, b > 0$):

$$b\sqrt{b}; \quad b \cdot \sqrt[3]{b^2}; \quad x^2 \cdot \sqrt[4]{x}; \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}; \quad \sqrt[k]{a^3} \cdot \sqrt[k]{b^7}; \quad \sqrt{\sqrt{x}}; \quad \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$$

Aufgabe 11:

Quadrieren Sie ($x > 0, a > 0, b > 0$):

$$x + \sqrt{x}; \quad \sqrt[4]{x}; \quad x^2 - \sqrt[3]{x}; \quad \sqrt{a+b}; \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

Aufgabe 12:

Ziehen Sie (sofern möglich) die Wurzel ($x > 0, y > 0, a > 0, b > 0$):

$$\sqrt{4a^2 b^3}; \quad \sqrt[4]{x^2 y^4}; \quad \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$$

Was ergibt sich, wenn man das Vorzeichen der Größen nicht kennt? Tipp: Betrag einer reellen Zahl!

Aufgabe 13:

Berechnen Sie ohne Taschenrechner:

$$4^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 16^{\frac{1}{4}}; \quad 120^{\frac{1}{2}} \cdot 900^{\frac{1}{4}}; \quad \sqrt{0,16}; \quad \left(1\frac{3}{4}\right)^2 : \left(2\frac{1}{3}\right)^2; \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$$

Aufgabe 14:

Vereinfachen Sie soweit wie möglich ($x, y, a > 0$):

$$\sqrt[3]{x^6(2y)^{12}}; \quad \frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{y}}; \quad \sqrt{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[3]{y}}; \quad \frac{(15x^2y^{-3})^{-4}}{(25x^3y^{-6})^{-2}}; \quad \frac{a^n + 2a^{n-1}}{a^{n-2} + 2a^{n-3}}$$

Aufgabe 15:

Fassen Sie zusammen und vereinfachen Sie soweit wie möglich ($x > 0$):

$$\left(\frac{2}{3}x^{-1} - 3x\right) \left(3x^{-1} - \frac{2}{3}x\right); \quad x^{3m-1}x^{m+1}; \quad \frac{\sqrt[7]{x} \cdot \sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[7]{x}}$$

Prozentrechnung:

Aufgabe 16:

In den Fahrkartenpreisen der Bahn ist derzeit 19% Mehrwertsteuer enthalten. Wieviel Mehrwertsteuer ist in einem Fahrkartenpreis enthalten, wenn der Kunde am Schalter für eine Fahrkarte 29,00 € bezahlt?

Aufgabe 17:

Sie eröffnen bei einer Bank ein Sparkonto mit wachsendem Zins und einem Kapital von 1000 €. Die Bank zahlt im ersten Jahr 1%, im zweiten Jahr 2% und im dritten Jahr 2,5% Zinsen. Wie hoch ist der Zinsertrag insgesamt nach 3 Jahren, wenn der Zins jährlich ausgezahlt wird und nicht weiter mit verzinst wird? Wie hoch ist der Zinsertrag nach 3 Jahren, wenn die Zinsen jährlich dem Kapital gutgeschrieben werden und weiter mit verzinst werden?

Aufgabe 18:

An einer Fachhochschule nahmen an der Matheklausur 135 Studierende teil. Davon bestehen 45 diese Prüfungsklausur. Wie hoch ist die Durchfallquote?

Bei genauer Durchsicht der Anmelde Listen für obige Klausur stellt sich heraus, dass von den 135 Teilnehmern nur 60 vor Studienbeginn intensiv ihre Kenntnisse der Schulmathematik aufgefrischt haben. Darunter sind alle, die die Klausur bestanden haben. Wie hoch ist die Durchfallquote unter diesen gut vorbereiteten Studenten?

Aufgabe 19:

Eine rechtlich relevante Grenze beim Blutalkohol ist die 0,5 – Promille Grenze. Welche Menge Alkohol darf im Blut eines Menschen zirkulieren, wenn wir von einer Gesamtblutmenge von 6 l ausgehen?

Aufgabe 20:

Der Kaffee in der Mensa wird um 10% teurer. Um wie viel Prozent war er vorher billiger?

Aufgabe 21:

Jemand verleiht 15.000 € und erhält nach einem Jahr 16.875 € zurück? Wie hoch war der Zinssatz?

Aufgabe 22:

Eine Firma gewährt 10% Nachlass vom Listenpreis, auf den ermäßigten Preis 8% Sonderrabatt und schließlich noch 3% Skonto bei Barzahlung. Um wie viel Prozent reduziert sich der Preis insgesamt?

Aufgabe 23:

In wie viel Jahren tritt bei einer jährlichen Preissteigerungsrate von 3% (5%, 10%) eine Preisverdopplung ein?

Summenzeichen:

Aufgabe 24:

Schreiben Sie ausführlich:

$$\sum_{k=-3}^2 2^{k+1} =$$
$$\sum_{i=1}^{10} (-1)^{i+1} \cdot i^2 =$$
$$\sum_{k=2}^{11} (-1)^k (k-1)^2 =$$
$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=2}^4 a_{ij} =$$

Aufgabe 25:

Berechnen Sie:

$$\sum_{i=-3}^3 i^2 =$$
$$\sum_{k=0}^7 5 =$$
$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=2}^3 k^2 \cdot (j-1) =$$
$$\sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-2i}^i i^2 \cdot j =$$

Aufgabe 26:

Schreiben Sie mit dem Summenzeichen

$$s_1 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12$$
$$s_2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$
$$s_3 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{20}{2^{20}}$$
$$s_4 = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$
$$s_5 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{1}{n-1}$$